

Mechanika teoretyczna A

Lista 1

Zad. 1

Wyprowadź wzór na sinus i cosinus sumy kątów, pamiętając o tym, że

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$$

oraz że równość dwóch liczb zespolonych oznacza równości ich części rzeczywistych i urojonych.

Zad. 2

Na punkt materialny o masie $m = 3$ kg działają (jednocześnie) siły $\vec{F}_1 = (3 - \sqrt{3}, -8 + 2\sqrt{13}, 12 + \sqrt[4]{2})$ N i $\vec{F}_2 = (3 + \sqrt{3}, -4 - 2\sqrt{13}, -\sqrt[4]{2})$ N. W chwili początkowej $t_0 = 2$ s znajduje się on w punkcie $\vec{r}_0 = (8, -16, 24)$ m i porusza z prędkością $\vec{v}_0 = (4, -8, 12)$ m/s. Podaj jak od czasu zależą przyspieszenie, prędkość i położenie tego punktu materialnego.

Zad. 3

Przeanalizuj rzut ukośny w jednorodnym polu grawitacyjnym: jaką funkcją opisany jest tor ruchu? znajdź jej miejsca zerowe (jedno z nich określa zasięg rzutu), ekstremum (maksymalną wysokość) i zależność od wysokości kąta nachylenia toru (prędkości wypadkowej) do poziomu.

Zad. 4

Przypomnij sobie, jak rozwiązuje się różniczkowe równania liniowe drugiego rzędu (możesz skorzystać ze skryptu dr. Jakóbczyka lub prof. Jancewicza). Znajdź ogólne rozwiązanie równania

$$L\ddot{q}(t) + R\dot{q}(t) + \frac{1}{C}q(t) = \mathcal{E} \sin \omega t$$

obwodu elektrycznego z indukcyjnością L , oporem R , pojemnością C i siłą elektromotoryczną $\mathcal{E} \sin \omega t$.

Wskazówka: to równanie jest analogiczne do równania oscylatora harmonicznego, które było rozwiązane na wykładzie.

Zad. 5

Rozwiąż równanie oscylatora harmonicznego w trzech wymiarach:

$$m\ddot{\vec{r}} + \rho\dot{\vec{r}} + k\vec{r} = \vec{A} \sin \omega t.$$