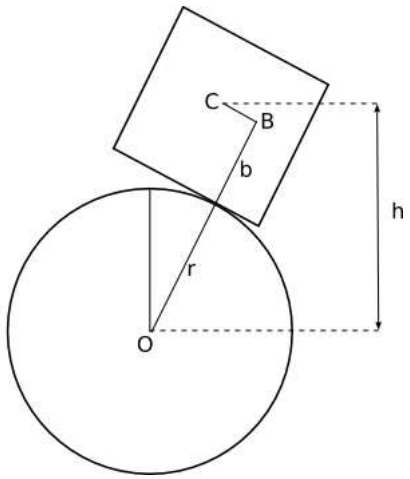
Mechanika teoretyczna A

Lista 5

4 listopada 2005 roku

Zad. 1 Pokaż, że siła Coulomba jest siłą zachowawczą. Znajdź odpowiedni potencjał.

Zad. 2 Na walcu umieszczono sześcian (rys. 1). Analizując energię sześcianu (przy założeniu, że nie może ześlizgnąć się po walcu), sprawdź, kiedy położenie równowagi sześcianu będzie stabilne.



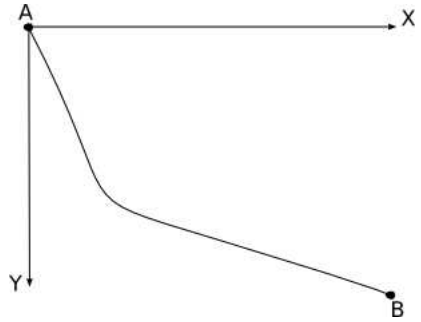
Rysunek 1: Ilustracja do zadania 2.

Zad. 3 Walec o promieniu R stacza się bez poślizgu po stoku z wysokości h. Znajdź prędkość walca u podnóża stoku.

Zad. 4 Ciało o masie m porusza się po orbicie kołowej w polu siły centralnej o potencjale $V = kr^n$. Udowodnij, że

$$T = n\frac{U}{2}$$

Zad. 5 Jaki kształt powinien mieć tor, aby poruszająca się po nim kulka, puszczona w punkcie A (rys. 2), osiągnęła punkt B w najkrótszym możliwym czasie?



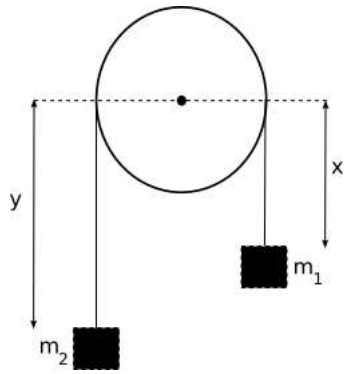
Rysunek 2: Ilustracja do zadania 5.

Zad. 6 Zapisz równania Lagrange'a we współrzędnych kartezjańskich dla cząstki poruszającej się w polu siły zachowawczej. Pokaż, że z równań tych wynikają równania ruchu Newtona.

Zad. 7 Zapisz równania Lagrange'a dla cząstki z poprzedniego zadania, korzystając ze współrzędnych biegunowych.

Zad. 8 Znajdź równania Lagrange'a dla wahadła matematycznego.

Zad. 9 Rozważmy układ przedstawiony na rys. 3. Zapisz lagrangian układu traktując x jako współrzędną uogólnioną, następnie znajdź równania ruchu i rozwiąż je. Wyznacz siłę naciągu nitki.



Rysunek 3: Ilustracja do zadania 9.