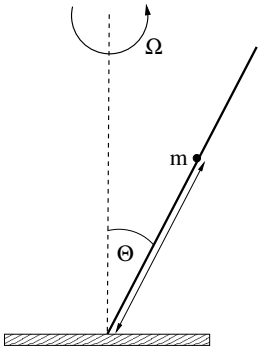
Mechanika Teoretyczna A
Lista nr 6

Zadanie 1.
Wykorzystując własności sformułowania lagranżowskiego wskazać, że jeśli zmiennymi uogólnionymi w układzie są q, q_1 i q_2 to w lagranżjanie można (bez wpływu na dynamikę układu) dokonywać następujących zmian wyrażeń:

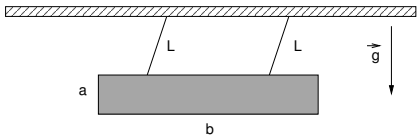
- $2q\dot{q}t \to -q^2$
- $\dot{q}\sinh(\omega t) \to -\omega q\cosh(\omega t)$
- $3q^2\dot{q}t \to -q^3$
- $2q_1\dot{q}_1q_2 \to -q_1^2\dot{q}_2$

Zadanie 2.

Po pręcie nachylonym pod kątem Θ do pionu swobodnie porusza się koralik o masie m. Pręt obraca się wokół pionu z prędkością kątową Ω tak jak pokazano na rysunku. Wypisać lagranżjan dla koralika i równania ruchu wybierając za współrzędną uogólnioną długość r tak jak pokazano na rysunku. Rozwiązać równania dla warunku początkowego: $r(0) = r_0$ i $\dot{r}(r) = 0$.



Zadanie 3.
Deska o masie M zawieszona jest na dwóch sznurkach o długości L tak jak pokazano na rysunku. Pokazać, że takie wahadło ma dokładnie taki sam okres drgań jak wahadło matematyczne o masie M i długości L.



Zadanie 4.
Punkt materialny o masie m porusza się swobodnie po powierzchni kuli o promieniu R. W chwili początkowej nadano mu prędkość v_0. Znaleźć tor jaki zakreśla ten punkt.
Wskazówka: Korzystając z symetrii układu wybrać układ współrzędnych tak, że na początku punkt znajduje się na biegunie i porusza się wzdłuż południka.