Metody numeryczne I
Lista zadań nr 2

Uwaga! Wszystkie zadania mają być rozwiązane za pomocą skryptów w Maximie.

1. Ile wynosi pochodna $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$, jeśli $f = f(x(t), y(t), z(t))$?

2. Z okna znajdującego się na wysokości h nad ziemią wyrzucono do góry piłkę z prędkością V pod kątem α do poziomu. Zakładając, że piłka porusza się w płaszczyźnie poziomej

   - rozwiąż równania ruchu piłki;
   - znajdź czas, po jakim piłka spadnie na ziemię;
   - przedstaw na wykresie tor ruchu piłki;
   - znajdź i przedstaw na wykresie zależność między zasięgiem rzutu a kątem $\alpha \in \langle 0°, 90°)$.

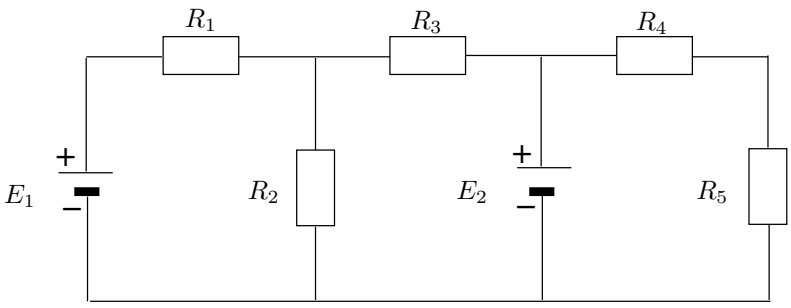
3. Znajdź natężenia prądów w obwodzie przedstawionym na rys. 1.

4. W metodzie Newtona kolejne przybliżenia miejsca zerowego funkcji obliczamy ze wzoru
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$
Napisz funkcję, która oblicza miejsca zerowe zadanego wzrażenia metodą Newtona. Jej interfejs powinien wyglądać następująco:

   `newton(wyrażenie,zmienna,start,dokładność)`

   Argument `zmienna` będzie potrzebny do symbolicznego obliczenia pochodnej `wyrażenia`. Parametr `start` to wartość, od której zaczynamy szukać pierwiastka.

5. Hamiltonian oscylotara harmonicznego ma postać
$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}K\hat{x}^2$$
Wiadomo, że stan podstawowy ta kiego oscylatora w reprezentacji położeń dany jest wzorem:
$$\psi_0 = A_n \exp\left\{-m\omega\frac{x^2}{2\hbar}\right\}$$
gdzie $\omega = \sqrt{K/m}$ to częstość kołowa klasycznego oscylatora, a A_n to stała renormalizacyjna. Zdefiniuj operator podwyższający energię dla tego oscylatora i za jego pomocą znajdź kolejnych pięć stanów własnych. Unormowane funkcje własne przedstaw na wykresie.



Rysunek 1: Rysunek do zadania 3