Janusz Szwabiński
Metody numeryczne II
Lista zadań nr 5

1. Rozwiąż równanie dyfuzji

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 \leqslant x \leqslant 1, \quad t \geqslant 0,$$

z warunkami brzegowymi

$$\begin{aligned} T(0,t) &= 0, \\ T(1,t) &= \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}t\right), \end{aligned}$$

oraz warunkiem początkowym

$$T(x,0) = \sin\frac{\pi x}{2} + \frac{1}{2}\sin 2\pi x.$$

Zastosuj metody FTCS oraz Cranka-Nicholsona dla różnych kroków Δt i Δx. Wyniki porównaj z rozwiązaniem analitycznym

$$T(x,t) = \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}t\right)\sin\frac{\pi x}{2} + \frac{1}{2}\exp\left(-4\pi^2 t\right)\sin 2\pi x.$$

2. Zbadaj ewolucję funkcji falowej swobodnej cząstki, stosując metodę Cranka-Nicholsona z periodycznymi warunkami brzegowymi. Przyjmij, że funkcja falowa w chwili $t = 0$ dana jest wzorem ($\hbar = 1,\ m = 1$)

$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\exp(ik_0 x)\exp\left(-\frac{1}{2}(x-x_0)^2\right),$$

a średnia prędkość cząstki wynosi

$$k_0 = 0,5.$$

Rozwiąż następnie to samo zagadnienie schematem, który nie jest unitarny (np. metodą niejawną). Porównaj otrzymane wyniki.