Metody Symulacji

Lista I

Zadanie 1

Załóżmy, że zmienna losowa X ma gęstość prawdopodobieństwa

$$f(x) = ce^x, \quad \text{dla } 0 < x < 1$$

Obliczyć $D^2(X)$.

Zadanie 2

Pokazać, że $D^2(aX + b) = a^2 D^2(X)$.

Zadanie 3

Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej o rozkładzie

(a) zero-jedynkowym,

(b) dwumianowym,

(c) Poissona,

(d) geometrycznym,

(e) wykładniczym,

(f) normalnym.

Zadanie 4

Samolot potrzebuje co najmniej połowy swoich silników, aby bezpiecznie ukończyć lot. Jeśli każdy silnik pracuje niezależnie z prawdopodobieństwem p, to dla jakiej wartości p trójsilnikowy samolot jest bezpieczniejszy od samolotu pięciosilnikowego?

Zadanie 5

Niech X i Y mają gęstość prawdopodobieństwa

$$f(x, y) = 2e^{-(x+2y)}, \quad \text{dla} \quad 0 < x < \infty, \quad 0 < y < \infty$$

znaleźć $P\{X < Y\}$.

Zadanie 6

Dwóch zawodników gra w pewną grę tak długo, aż jeden z nich wygra w sumie pięć gier. Jakie jest prawdopodobieństwo, że zawodnik A wygra mecz, jeśli wygrywa każdą grę z prawdopodobieństwem 0.6 ?

Zadanie 7

Trzy osoby A,B,C czekają w banku, mającym dwie kasy, na rozpoczęcie obsługi. W momencie otwarcia A i B podchodzą do kas, a C czeka w kolejce. Jeśli czas obsługi klienta jest wykładniczą zmienną losową z parametrem λ, to jakie jest prawdopodobieństwo, że C jako ostatni opuści bank ?

Zadanie 8

Dla procesu Poissona z parametrem λ, znaleźć $P\{N(s) = k|N(t) = n\}$ kiedy $s < t$.

Zadanie 9

Powtórzyć zad.8 dla $s > t$.

Zadanie 10

Niech X będzie gamma zmienną losową z parametrami (n, p). Znaleźć

(a) E[X]

(b) $D^2(X)$.