Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego

dla I roku fizyki i astronomii

Lista 7 11 III 2003

1. Dla stałych L, R, E rozwiązać metodą rozdzielenia zmiennych równanie Helmholtza

$$L\frac{dI}{dt} + RI = E$$

i porównać z rozwiązaniem tego równania otrzymanym na wykładzie inną metodą. Przypomnieć jego interpretację fizyczną.

2. W następnych przykładach sprawdzić, czy podane funkcje są liniowo zależne

a) $f_1(x) = x^2,\ f_2(x) = 4x - 3x^2$, b) $f_1(x) = x,\ f_2(x) = \mathrm{e}^x$,

c) $f_1(x) = \cos 2x,\ f_2(x) = \cos^2 x$, d) $f_1(x) = 2 + x,\ f_2(x) = 2 + |x|$.

3. Do podanych jednorodnych liniowych równań różniczkowych i podanych rozwiązań znaleźć drugie rozwiązanie liniowo niezależne od podanego. Wskazać dziedziny, na których rozwiązania istnieją:

a) $x^2y'' - 7xy' + 16y = 0,\ f_1(x) = x^4$; b) $4x^2y'' + y = 0,\ f_1(x) = x^{1/2}\ln x$;

4. Wykorzystując dwa liniowo niezależne rozwiązania równań z poprzedniego zadania znaleźć rozwiązania następujących niejednorodnych równań liniowych:

a) $x^2y'' - 7xy' + 16y = x^5$; b) $4x^2y'' + y = x^{1/2}$;

Bernard Jancewicz