Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki i astronomii

Lista 11 25 III 2003

1. Pokazać, że ciąg funkcyj $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ danych wzorami $f_n(x) = \frac{x-a}{n} + b$ jest zbieżny punktowo, ale nie jednostajnie. Czy po zawężeniu dziedziny można uzyskać ciąg zbieżny jednostajnie?

2. Do jakiej funkcji jest zbieżny ciąg funkcyjny $f_n : \langle 0, 1 \rangle \to \mathbb{R}$ dany wzorem $f_n(x) = x^n(1-x)^n$? Pokazać, że jest to zbieżność jednostajna.
Zadanie 2 należy oddać w postaci pisemnej.

3. Do jakiej funkcji jest zbieżny ciąg funkcyjny $f_n : \langle 0, 1 \rangle \to \mathbb{R}$ dany wzorem $f_n(x) = x^n(1-x^n)$? Pokazać, że jest to zbieżność punktowa, ale niejednostajna. $*$ W definicji z kwantyfikatorami znaleźć $N(x_k, \epsilon)$ dla $\epsilon = \frac{1}{4}$ oraz $x_k = 1/\sqrt[k]{2}$.

Bernard Jancewicz