Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki i astronomii

Lista 14 2 IV 2003

1. Udowodnić przez indukcję następującą tożsamość trygonometryczną:

$$\frac{1}{2} + \cos y + \cos 2y + \ldots, + \cos ny = \frac{\sin \frac{1}{2}(2n+1)y}{2 \sin \frac{1}{2} y}.$$

Wskazówka: Sprawdzić wzór dla $n = 0$. W następnym kroku skorzystać ze wzoru na różnicę sinusów. Komu ta wskazówka nie wystarczy: Kuratowski *Rachunek różniczkowy i całkowy*, str. 9.

2. Zastosować metodę szeregów potęgowych do znalezienia rozwiązań równania różniczkowego $y'' + \omega^2 y = 0$, gdzie $\omega \in \mathbb{R}$ jest stałą.

3. Wypisać wszystkie wielomiany Legendre'a P_l dla $l \leq 5$. Naszkicować ich wykresy. Wskazać, które z nich są parzyste, a które nieparzyste. Czy są one liniowo niezależne?

Bernard Jancewicz