# Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki i astronomii

**Lista 17** 15 IV 2003

1. Naszkicować niektóre poziomice następujących funkcyj z $\mathbb{R}^2$ w $\mathbb{R}$

a) $f(x,y) = 2x - 3y - 1,$ b) $g(x,y) = 4x^2 - 5y^2 + 3.$

c) $h(x,y) = 2x - 3y^2 + 12y,$ d) $k(x,y) = x + \sin y.$

**Jeden z przykładów Zadania 1 należy oddać w postaci pisemnej. Różni studenci powinni rozwiązać pisemnie różne przykłady tak, żeby wszystkie przykłady były przez kogoś z grupy opisane.**

2. Jakiej postaci może być funkcja dwóch zmiennych, której poziomice są okręgami? Niech poziomice będą wykreślane dla jednakowych odstępów wartości funkcji. Nazwijmy je poziomicami sąsiednimi. Wskazać funkcję, dla której poziomice są okręgami na płaszczyźnie, a odległości między sąsiednimi poziomicami są jednakowe.

3. Co da się powiedzieć o poziomicach funkcyj z $\mathbb{R}^3$ w $\mathbb{R}$

a)$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2,$ b) $g(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$?

4. Jaka jest dziedzina funkcji danej wzorem $f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ ? Pokazać, że nie ma ona granicy w zerze.

**Zadanie 5 nie jest obowiązkowe.**

5. Jakiej postaci może być funkcja dwóch zmiennych, której poziomice są elipsami o jednakowym mimośrodzie? Niech poziomice będą brane dla jednakowych odstępów wartości funkcji. Wskazać funkcję, dla której odległości między poziomicami sąsiednimi wzdłuż ustalonej prostej przechodzącej przez początek układu są stałe.

*Bernard Jancewicz*