Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki i astronomii

Lista 22 7 V 2003

1. Mamy funkcję $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ daną wzorem

$$f(\mathbf{x}) = \mathrm{e}^{||\mathbf{x}-\mathbf{a}||^2},$$

gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ jest ustalonym wektorem. Zapisać dla niej wzór Taylora drugiego rzędu względem punktu $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$.

2. Znaleźć punkty krytyczne podanych funkcyj dwóch zmiennych, a potem określić, czy są w nich ekstrema:

$$f_1(x,y) = x^2 - y^2 + xy, \qquad f_2(x,y) = x^2 + y^2 - xy,$$

$$f_3(x,y) = x^2 + y^2 + 3xy, \qquad f_4(x,y) = \mathrm{e}^{1+x^2-y^2},$$

$f_5(x,y) = \sin(x^2+y^2)$ [zbadać ekstremum tylko w jednym punkcie krytycznym (0,0)]

3. Niech $f(x,y) = ax^2 + e$, gdzie a i e są stałymi. Jakie są punkty krytyczne tej funkcji? Czy są one ekstremami?

Bernard Jancewicz