Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki i astronomii

Lista 23 13 V 2003

1. Znaleźć ekstrema funkcji $f(x, y, z) = x + z$ przy warunku $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

2. Niech $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ oraz $r = \sqrt{{x_1}^2 + {x_2}^2 + \ldots, .{x_n}^2}$. Określamy funkcję $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ wzorem $f(\mathbf{x}) = \phi(r)$. Udowodnić równość

$$\nabla f(\mathbf{r}) = \phi'(r)\frac{\mathbf{r}}{r}.$$

W przestrzeni $\mathbb{R}^3$ wynik ten interpretujemy w zdaniu: gradient funkcji o symnetrii kulistej jest równoległy do wektora wodzącego.

3. Wykorzystując poprzednie zadanie wyliczyć gradienty funkcyj:

$$\text{a) } \frac{a}{r}, \qquad \text{b) } \frac{\mathrm{e}^r}{r}.$$

Bernard Jancewicz