# Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki i astronomii

**Lista 24** 14 V 2003

1. Niech $f$ będzie polem skalarnym, a $\mathbf{F}$ – polem wektorowym w $\mathbb{R}^3$. Udowodnić tożsamości

a) $\operatorname{div}(f\mathbf{F}) = f \operatorname{div}\mathbf{F} + (\operatorname{grad} f) \cdot \mathbf{F}$,

b) $\operatorname{rot}(f\mathbf{F}) = f \operatorname{rot} \mathbf{F} + (\operatorname{grad} f) \times \mathbf{F}$,

2. Wykorzystując poprzednie zadanie wyliczyć rotację i dywergencję pola wektorowego

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{n} \times \mathbf{r}|^2},$$

gdzie $\mathbf{n}$ jest ustalonym wektorem.

3. Niech $\mathbf{F}, \mathbf{G}$ – pola wektorowe. Udowodnić tożsamości

a) $\operatorname{div}(\mathbf{F} \times \mathbf{G}) = \mathbf{G} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{F} - \mathbf{F} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{G}$,

b) $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{F}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{F}) - \Delta\mathbf{F}$,

*Bernard Jancewicz*