Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki i astronomii

Lista 25 20 V 2003

1. Niech $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ będzie funkcją dwóch zmiennych x, t. Równość

$$u_t + u'''_{xxx} + u\, u'_x = 0$$

nazywa się *równaniem Kortewega - de Vriesa* i opisuje ruch wody w płytkich kanałach. a) Sprawdzić, że równanie to jest spełnione przez następującą funkcję

$$u(x,t) = 3c\,\mathrm{sech}^2\left[\frac{\sqrt{c}}{2}(x - ct)\right],$$

gdzie $c > 0$ oraz $\mathrm{sech}\, x = 1/\cosh x$. b) Naszkicować wykres u jako funkcji jednej zmiennej x dla $c = 1$, $t = 1$, a potem $t = 2$.

2. Znaleźć punkty krytyczne podanych funkcyj dwóch zmiennych, a potem określić, czy są w nich ekstrema:

$$f_1(x,y) = x \sin y + y, \qquad f_2(x,y) = \mathrm{e}^x \cos y, \qquad f_3(x,y) = (x-y)(xy-1),$$

$$f_4(x,y) = xy + x^{-1} + y^{-1}, \quad f_5(x,y) = \ln(2 + \sin xy), \quad f_6(x,y) = x \sin y.$$

Rozwiązanie przykładu f_6 oddadzą pisemnie osoby, które na sprawdzianie 3 kwietnia otrzymały ocenę 2 lub 2+, lub były nieobecne.
Rozwiązanie przykładu f_1 oddadzą pisemnie osoby, które na sprawdzianie 3 kwietnia otrzymały ocenę wyższą niż 2+.

Bernard Jancewicz