Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla II roku fizyki i astronomii

Lista 14 15 XII 2003

1. Niech funkcja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ będzie określona wzorem $f(x) = x\mathrm{e}^{ikx}$ dla pewnego $k \in \mathbb{R}$. Czy ta funkcja należy do $L^2(-\pi, \pi, 1)$?

2. Niech funkcja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ będzie określona wzorem $g(x) = x\mathrm{e}^{imx}$ dla pewnego $m \in \mathbb{R}$, niech f będzie określona jak w poprzednim zadaniu.Wyliczyć iloczyn skalarny (f, g) w lineale $L^2(-\pi, \pi, 1)$.

3. Niech $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_k\}_{k=1}^{\infty}$ będzie ciągiem liczb zespolonych. Określamy l^2 jako zbiór takich ciągów $\boldsymbol{\alpha}$, że $\sum\limits_{k=1}^{\infty} |\alpha_k|^2 < \infty$. Dla jakiego ciągu liczb zespolonych $\{c_k\}_{k=1}^{\infty}$ wyrażenie

$$(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k\, \alpha_k^* \beta_k$$

przy $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta} \in l^2$ spełnia wszystkie własności iloczynu skalarnego?

Bernard Jancewicz