Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla II roku fizyki i astronomii

Lista 20 19 I 2004

1. Mamy operator Laplace'a na prostokącie $\langle 0, a\rangle \times \langle 0, b\rangle$. Znaleźć krzywe węzłów funkcji własnej
$$f_{mn}(x, y) = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b).$$

2. Mamy operator Laplace'a na kwadracie $\langle 0, a\rangle \times \langle 0, a\rangle$. Znaleźć krzywe węzłów funkcji własnej
$$f_{mn}(x, y) = \frac{2}{a}[\sin(2\pi x/a) \sin(\pi y/b) + \sin(\pi x/a) \sin(2\pi y/a)].$$

3. Wykorzystując wzór (9.79) z wykładu znaleźć rozwiązanie $u(x, t)$ równania falowego spełniające warunki początkowe:
$$u(x, 0) = A\,\mathrm{e}^{-(x/a)^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = Bx\,\mathrm{e}^{-(x/a)^2},$$
gdzie $a, A, B \in \mathbb{R}$. Jaki ma być związek między stałymi A, B, żeby znalezione rozwiązanie było falą bieżącą?

Bernard Jancewicz