Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego

dla I roku fizyki i astronomii

Lista 9 4 XII 2002

1. Czy funkcje arcus sinus i arcus cosinus mają wspólną dziedzinę? Udowodnić tożsamość $\operatorname{arc}\sin x + \operatorname{arc}\cos x = \pi/2$.

2. Określić dziedziny i obrazy czterech funkcyj hiperbolicznych. Naszkicować ich wykresy. Które z nich są parzyste, a które nieparzyste?

3. Określić dziedziny i obrazy czterech funkcyj odwrotnych do hiperbolicznych. Naszkicować ich wykresy.

4. Udowodnić tożsamości:

$$\operatorname{ar}\sinh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right), \qquad \operatorname{ar}\cosh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right),$$

$$\operatorname{ar}\operatorname{tgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}.$$

Bernard Jancewicz