Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki bis

Lista 2 13 X 2004

1. Znaleźć ogólne rozwiązania następujących liniowych równań różniczkowych. Wskazać dziedziny, na których rozwiązania istnieją:

a) $2\dfrac{dy}{dx} + 10y = 1,$ b) $x\dfrac{dy}{dx} + 2y = 3,$ c) $\dfrac{dy}{dx} + y = \mathrm{e}^{3x},$

2. Rozwiązać podane równania różniczkowe wraz ze wskazanymi warunkami początkowymi

a) $y' + 5y = 20,\ y(0) = 2,$ b) $y' = 2y + x\left(\mathrm{e}^{3x} - \mathrm{e}^{2x}\right),\ y(0) = 2,$

3. W następnych przykładach sprawdzić, czy podane funkcje są liniowo zależne

a) $f_1(x) = x^2,\ f_2(x) = 4x - 3x^2,$ b) $f_1(x) = x,\ f_2(x) = \mathrm{e}^x,$

c) $f_1(x) = \cos 2x,\ f_2(x) = \cos^2 x,$ d) $f_1(x) = 2 + x,\ f_2(x) = 2 + |x|.$

4. Do podanych jednorodnych liniowych równań różniczkowych i podanych rozwiązań znaleźć drugie rozwiązanie liniowo niezależne od podanego. Wskazać dziedziny, na których rozwiązania istnieją:

a) $x^2y'' - 7xy' + 16y = 0,\ f_1(x) = x^4;$ b) $4x^2y'' + y = 0,\ f_1(x) = x^{1/2}\ln x;$

5. Wykorzystując dwa liniowo niezależne rozwiązania równań z poprzedniego zadania znaleźć rozwiązania następujących niejednorodnych równań liniowych:

a) $x^2y'' - 7xy' + 16y = x^5;$ b) $4x^2y'' + y = x^{1/2};$

Bernard Jancewicz