Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla II roku fizyki bis

Lista 3 23 II 2005

1. Niech $D = \langle 0,1\rangle \times \langle 0,2\rangle \times \langle 0,3\rangle$. Wyliczyć całkę $\int\limits_D (x+y+z)\,dv$.

2. Niech $D = K(\mathbf{0},3)$ – kula domknięta o środku w początku układu współrzędnych i promieniu 3. Wyliczyć całki:

$$\text{a)} \int\limits_D (x+y-z+10)\,dv, \qquad \text{b)} \int\limits_D \left(x^2+y^2+z^2\right)dv.$$

3. Niech $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ będzie obszarem zawartym między dwiema sferami o wspólnym środku w początku układu współrzędnych i promieniach $\rho_1 < \rho_2$. Obliczyć całkę potrójną

$$V(R) = \int\limits_\Omega \frac{dv}{\sqrt{x^2+y^2+(z-R)^2}}$$

w następujących przypadkach: a) $R \le \rho_1$, b) $\rho_1 \le R \le \rho_2$, c) $R \ge \rho_2$. Wskazać zagadnienie z elektrostatyki, w którym taka całka jest potrzebna.

Bernard Jancewicz