Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego

dla II roku fizyki bis

Lista 5 9 III 2005

1. Wyliczyć całki powierzchniowe $\int\limits_S \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}$, gdzie:

a) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \mathbf{r}$, S – zewnętrzna strona sześcianu złożonego z płaszczyzn $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = a$, $y = a$, $z = a$;

b) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = (0, 0, x^2y^2z)$, $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \leq 0\}$ ze zwrotem zewnętrznym;

c) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = (0, 0, z)$, $S = \{(x, y, z) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\}$ ze zwrotem zewnętrznym;

d) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = (xy, yz, xz)$, S – zewnętrzna strona piramidy złożonej z płaszczyzn $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$.

2. Wyliczyć całkę $\int\int_S (y^2z\, dxdy + xz\, dydz + x^2y\, dxdz)$, gdzie S – zewnętrzna strona powierzchni położonej w pierwszej ósemce i złożonej z paraboloidy obrotowej $z = x^2 + y^2$, cylindra $x^2 + y^2 = 1$ oraz płaszczyzn układu współrzędnych.

Bernard Jancewicz