Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla II roku fizyki bis

Lista 6 16 III 2005

1. Niech S będzie powierzchnią zamkniętą składającą się z półsfery $x^2+y^2+z^2=a^2$, $z \geq 0$ oraz jej podstawy $x^2+y^2 \leq a^2$, $z=0$. Znaleźć strumień elektryczny przez S, jeśli pole indukcji elektrycznej jest określone wzorem:

$$\text{a)} \quad \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \mathbf{r}, \qquad \text{b)} \quad \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \mathbf{b} = \text{ const.}$$

2. Wyliczyć $\int_S (\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{s}$, gdzie S jest powierzchnią $x^2+y^2+3z^2=1$, $z \leq 0$, zaś $\mathbf{F} = y\mathbf{e}_1 - x\mathbf{e}_2 + zx^3y^2\mathbf{e}_3$. Niech wektor $d\mathbf{s}$ ma zwrot zewnętrzny.

3. Niech pole temperatury ma postać funkcji $T(\mathbf{r}) = 3x^2+3z^2$. Gęstość strumienia ciepła jest dana wzorem $\mathbf{F} = -k\boldsymbol{\nabla}T$ z pewną stałą dodatnią k. Znaleźć strumień ciepła przepływający przez powierzchnię $x^2+z^2=2$, $0 \leq y \leq 2$.

Bernard Jancewicz