Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego

dla II roku fizyki i astronomii

Lista 7 23 III 2005

1. Dla następujących pól wektorowych wskazać dziedziny i sprawdzić, czy pola są zachowawcze:

a) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \mathrm{e}^{xy}\mathbf{e}_1 + \mathrm{e}^{x+y}\mathbf{e}_2 + \mathrm{e}^{z}\mathbf{e}_3$. b) $\mathbf{G}(\mathbf{r}) = (2x\cos y)\,\mathbf{e}_1 - (x^2\sin y)\,\mathbf{e}_2 + (\sin z)\,\mathbf{e}_3$,

c) $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = y\,\mathbf{e}_1 + (z\cos yz + x)\,\mathbf{e}_2 + (y\cos yz)\,\mathbf{e}_3$. d) $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = -y\mathbf{e}_1 + x\mathbf{e}_2$.

e) $\mathbf{K}(\mathbf{r}) = \dfrac{x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2}{(x^2+y^2)^a}$, f) $\mathbf{L}(\mathbf{r}) = \dfrac{\mathbf{r}}{r^a}$

gdzie a jest liczbą wymierną, $r = |\mathbf{r}|$. Jeśli odpowiedź jest twierdząca, to znaleźć pole skalarne f takie, że $\mathbf{F} = \boldsymbol{\nabla} f$.

2. Wskazać dziedzinę pola wektorowego

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \frac{-y\mathbf{e}_1 + x\mathbf{e}_2}{(x^2+y^2)^a},$$

gdzie a jest dodatnią liczbą wymierną. Czy jest to pole zachowawcze? Wyznaczyć takie a, że $\operatorname{rot}\mathbf{D} = \mathbf{0}$. Czy wtedy pole $\mathbf{D}$ jest zachowawcze?

Bernard Jancewicz