Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego

dla I roku fizyki bis

Lista 11 30 IV 2004

1. Czy funkcja $f(x) = x/(1 + |x|)$ jest różniczkowalna?

2. Niech $\alpha \in (0, 1)$. Udowodnić nierówność $f(x) = x^\alpha - \alpha x \leq 1 - \alpha, \forall x > 0$. (Wskazówka: znaleźć maksimum funkcji f.) Sporządzić wykres funkcji f.

3. Stosując regułę de l'Hospitala wyliczyć następujące granice:

$$\text{a) } \lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{e}^{ax} - \mathrm{e}^{2ax}}{\ln(1 + x)}, \quad \text{b) } \lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x^2}{\ln[\cos(2x^2 - x)]}, \quad \text{c) } \lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^3},$$

$$\text{d) } \lim_{x \to 0} x \ln x, \quad \text{e) } \lim_{x \to 0} x^x, \quad \text{f) } \lim_{x \to \infty} \left(x - x^2 \sin \frac{1}{x} \right) \quad \text{g) } \lim_{q \to 1} \frac{q^a - q^{-a}}{q - q^{-1}}.$$

Bernard Jancewicz