Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki bis

Lista 2 16 III 2004

1. Udowodnić następujące równoważności:

$$|x| < c \quad \Leftrightarrow \quad -c < x < c,$$

$$|x| \leq c \quad \Leftrightarrow \quad -c \leq x \leq c.$$

2. Wykorzystując nierówność trójkąta udowodnić nierówność $|a-b| \geq |\,|a|-|b|\,|$. dla dowolnych $a, b \in \mathbb{R}$.

3. Czy równania $|x| = x + 5$, $|x| = x - 5$ mają rozwiązania?

4. Zbiór $\{x \in \mathbb{R} : |x - a| \leq b\}$ interpetujemy jako zbiór punktów x odległych od a nie więcej, niż o b. Zinterpretować w ten sposób następujące zbiory i zaznaczyć je na osi liczbowej:

$$\{x : |x+3| < 1\}, \quad \{x : |x-1| \leq 7\}, \quad \{x : |4x+1| \geq 2\},$$

$$\{x : |2x+1| < 4 \ \wedge \ |x+3| \geq 1\}.$$

5. Niech $A \subset \mathbb{R}$. Wykazać, że jeśli zbiór A jest ograniczony z góry i z dołu, to jest ograniczony.

6. Czy każdy przedział jest zbiorem ograniczonym? Czy kresy (górny i dolny) przedziału (a, b) są takie same, jak przedziałów $\langle a, b)$, $(a, b\rangle$ i $\langle a, b\rangle$? Które kresy należą do poszczególnych zbiorów, a które nie należą?

Bernard Jancewicz