Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki bis

Lista 4 24 III 2004

1. Czy funkcje arcus sinus i arcus cosinus mają wspólną dziedzinę? Udowodnić tożsamość $\arcsin x + \arccos x = \pi/2$.

2. Określić dziedziny i obrazy czterech funkcyj hiperbolicznych. Naszkicować ich wykresy. Które z nich są parzyste, a które nieparzyste?

3. Określić dziedziny i obrazy czterech funkcyj odwrotnych do hiperbolicznych. Naszkicować ich wykresy.

4. Udowodnić tożsamości:

$$\mathrm{ar}\,\sinh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right), \qquad \mathrm{ar}\,\cosh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right),$$

$$\mathrm{ar}\,\mathrm{tgh}\, x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}, \qquad \mathrm{ar}\,c\mathrm{tgh}\, x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}.$$

5. Niech a, b, $c \in \mathbb{R}^+$, $a, c \neq 1$. Udowodnić tożsamość

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

6. Niech funkcja f będzie okresowa, a funkcja g – bez tej własności. W jakiej kolejności ich złożenie będzie funkcją okresową?

Bernard Jancewicz