Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki bis

Lista 11 15 XII 2004

1. Funkcja $u(x,y)$ klasy C^2 spełniająca *równanie Laplace'a*: $u''_{xx}+u''_{yy}=0$ nazywa się *funkcją harmoniczną*. Które z następujących funkcyj są harmoniczne?

$$\text{a) } u(x,y)=x^2-y^2, \quad \text{b) } u(x,y)=xy, \quad \text{c) } u(x,y)=\sin y\,\cosh y,$$

$$\text{d) } u(x,y)=x^2+y^2, \quad \text{e) } u(x,y)=\mathrm{e}^x\sin y.$$

2. Niech $\mathbf{c}\in\mathbb{R}^m$. Mamy funkcję $\mathbf{f}:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ daną wzorem $\mathbf{f}(\mathbf{x})=||\mathbf{x}||^2\,\mathbf{c}$. Pokazać z definicji, że jest to funkcja ciągła.

3. Niech $\mathbf{a}\in\mathbb{R}^n$ $\mathbf{c}\in\mathbb{R}^m$. Mamy funkcję $\mathbf{f}:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ daną wzorem $\mathbf{f}(\mathbf{x})=\mathbf{c}(\mathbf{a}\cdot\mathbf{x})$. Pokazać z definicji, że jest to funkcja ciągła.

4. Niech $\mathbf{c}_j\in\mathbb{R}^m,\ j\in\{1,\,2,\,\ldots,n\}$. Mamy funkcję $\mathbf{f}:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ daną wzorem $\mathbf{f}(\mathbf{x})=\sum_{j=1}^n x_j\,\mathbf{c}_j$. Pokazać z definicji, że jest to funkcja ciągła.

5. Wyliczyć pochodne macierzowe funkcyj z zadań 1, 2 i 3.

Bernard Jancewicz