Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego

dla I roku fizyki bis

Lista 12 22 XII 2004

1. Mamy funkcję $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ daną wzorem $f(t) = \cos t$. Zapisać dla niej wzór Taylora trzeciego rzędu względem punktu $t_0 = 0$

2. Mamy funkcję $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ daną wzorem $f(x, y) = \cos(x + y)$. Zapisać dla niej wzór Taylora trzeciego rzędu względem punktu $\mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$. Czy ten wzór można otrzymać z poprzedniego zadania przez podstawienie $t = x + y$?

3. Mamy funkcję $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ daną wzorem $f(\mathbf{x}) = \mathrm{e}^{||\mathbf{x}-\mathbf{a}||^2}$, gdzie $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ jest ustalonym wektorem. Zapisać dla niej wzór Taylora drugiego rzędu względem punktu $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$.

4. Znaleźć punkty krytyczne podanych funkcyj dwóch zmiennych, a potem określić, czy są w nich ekstrema:

$$f_1(x, y) = x^2 - y^2 + xy, \qquad f_2(x, y) = x^2 + y^2 - xy,$$

$$f_3(x, y) = x^2 + y^2 + 3xy, \qquad f_4(x, y) = ax^2 + e, \quad a,\, e \in \mathbb{R},\, a \neq 0$$

$f_5(x, y) = \sin(x^2+y^2)$ [zbadać ekstremum tylko w jednym punkcie krytycznym (0,0)].

Bernard Jancewicz