Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego

dla I roku fizyki bis

Lista 3 20 X 2004

1. Znaleźć rozwiązania ogólne następujących równań różniczkowych:

a) $y'' - 8y = 0$, b) $4y'' + y = 0$, c) $y'' - 3y' + 2y = 0$, d) $8y'' + 2y' - y = 0$.

2. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania różniczkowego

$$x'' - \omega^2 x = g \cos \omega t.$$

3. Wykazać, że równanie rozważane w poprzednim zadaniu bierze się z rozważenia ruchu koralika poruszającego się po pręcie, który obraca się w płaszczyźnie pionowej ze stałą prędkością kątową ω. W tym równaniu g jest przyspieszeniem ziemskim. Znaleźć rozwiązanie szczególne, w którym ruch zaczyna się w środku obrotu z prędkością początkową zero.

4. Znaleźć rozwiązania ogólne równania oscylatora z tłumieniem:

$$x'' + 2\kappa x' + \omega^2 x = 0,$$

w sytuacji, gdy warunek $\kappa < \omega$ nie jest spełniony.

5. Znaleźć rozwiązanie równania z poprzedniego zadania dla $\kappa > \omega$, spełniające warunki początkowe $x(0) = a > 0$, $x'(0) = v_0 > 0$.

Bernard Jancewicz