Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki bis

Lista 6 10 XI 2004

1. Niech $k, l \in \mathbb{N}$. Rozważmy funkcję $\boldsymbol{\sigma} : \langle 0, 2l\pi\rangle \to \mathbb{R}^3$ zadaną trzema wzorami $\sigma_1(t) = kt + c$, $\sigma_2(t) = r\sin t$, $\sigma_3(t) = p\cos t$. Jaką krzywą opisuje ta funkcja?

2. Mamy w $\mathbb{R}^3$ krzywą C o parametryzacji $\boldsymbol{\sigma} : \langle a, b\rangle \to \mathbb{R}^3$.

a) Znaleźć taką funkcję $f : \langle c, d\rangle \to \langle a, b\rangle$, aby przez złożenie $\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\sigma} \circ f$ otrzymać parametryzację $\boldsymbol{\kappa} : \langle c, d\rangle \to \mathbb{R}^3$ tej samej krzywej C.

b) Znaleźć parametryzację krzywej $-C$, co oznacza krzywą C obieganą w przeciwną stronę.

3. Mamy dwie krzywe C_1 i C_2 o parametryzacjach odpowiednio $\boldsymbol{\sigma}_1 : \langle a, b\rangle \to \mathbb{R}^3$ i $\boldsymbol{\sigma}_2 : \langle c, d\rangle \to \mathbb{R}^3$ takie, że koniec krzywej C_1 jest początkiem krzywej C_2. Znaleźć parametryzację krzywej $C_1 \cup C_2$ powstałej przez połączenie krzywej C_1 z krzywą C_2.

4. Mamy dwie krzywe C_1 i C_2 o parametryzacjach $\boldsymbol{\sigma}_1$ i $\boldsymbol{\sigma}_2$, łączące te same dwa punkty. Znaleźć parametyzację krzywej zamkniętej $C_1 \cup (-C_2)$ powstałej przez połączenie krzywej C_1 z krzywą przeciwną do C_2.

Bernard Jancewicz