Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki bis

Lista 8 24 XI 2004

1. Zbadać istnienie granic następujących funkcyj, a jeśli istnieją, to zastanowić się, czy można z definicji udowodnić ich istnienie:

$$\text{a)}\ \lim_{\mathbf{r}\to\mathbf{0}} \frac{\mathrm{e}^{x^2+y^2}-1}{x^2+y^2}, \quad \text{b)}\ \lim_{\mathbf{r}\to\mathbf{0}} \frac{\sqrt{9+x^2+y^2}-3}{x^2+y^2}.$$

$$\text{c)}\ \lim_{\mathbf{r}\to\mathbf{0}} \sin\frac{1}{x^2+y^2}, \quad \text{d)}\ \lim_{(x,y)\to(1,0)} \sin\frac{\pi}{x^2+y^2}.$$

Za każdym razem wskazać dziedzinę funkcji i rozstrzygnąć, czy istnieje niby-kula otwarta otaczająca punkt graniczny **a** taka, że funkcja jest określona w całej niby-kuli bez punktu **a**.

2. Wyliczyć następujące granice pod warunkiem, że one istnieją:

$$\text{a)}\ \lim_{(x,y)\to(-2,4)}(6x^2-3xy+y-3), \qquad \text{b)}\ \lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{xy^2+3x}{xy-1},$$

$$\text{c)}\ \lim_{(x,y)\to(2,-1)} \frac{x^2-3xy^2+2}{x+2y}.$$

Za każdym razem wskazać dziedzinę funkcji i rozstrzygnąć, czy istnieje niby-kula otwarta otaczająca punkt graniczny **a** taka, że funkcja jest określona w całej niby-kuli bez punktu **a**.

Bernard Jancewicz