Zadania z rachunku różniczkowego i całkowego
dla I roku fizyki bis

Lista 9 1 XII 2004

1. Jaka jest dziedzina funkcji danej wzorem $f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$? Pokazać, że nie ma ona granicy w zerze.

2. Jakiej postaci może być funkcja dwóch zmiennych, której poziomice są elipsami o jednakowym mimośrodzie? Niech poziomice będą brane dla jednakowych odstępów wartości funkcji. Wskazać funkcję, dla której odległości między poziomicami sąsiednimi wzdłuż ustalonej prostej przechodzącej przez początek układu są stałe.

3. Znaleźć obie pochodne cząstkowe dla funkcyj:

$$\text{a) } f(x,y) = (x^2-y^2)\mathrm{e}^{xy}, \quad \text{b) } g(z,t) = \frac{z^2-t^2}{z^2+t^2}.$$

Wskazać, w jakich punktach te pochodne istnieją.

4. Wyliczyć pochodne cząstkowe $\partial f/\partial x$, $\partial f/\partial y$ dla podanych funkcyj we wskazanych punktach:

$$\text{a) } f(x,y) = \sqrt{a^2-x^2-y^2};\ (0,0),\ (a/2,a/2), \qquad \text{b) } f(x,y) = \ln\sqrt{1+xy};\ (1,2),\ (0,0).$$

5. Pokazać, że następujące funkcje są różniczkowalne w swoich dziedzinach

$$\text{a) } f(x,y) = \frac{2xy}{(x^2+y^2)^2}, \quad \text{b) } f(x,y) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}.$$

Bernard Jancewicz