Symulacje komputerowe w fizyce

METODA MONTE CARLO

Napisać program do symulacji metodą Monte Carlo jednego z poniższych problemów.

1. **Trójwymiarowy model Isinga.**

   Wyznaczyć temperaturę krytyczną badając punkty przecięcia kumulantów czwartego rzędu

   $$U_L = 1 - \frac{\langle m_L^4 \rangle}{3 \langle m_L^2 \rangle^2}$$

   gdzie

   m jest namagnesowaniem,

   L rozmiarem liniowym układu

2. **Model XY na sieci kwadratowej.**

   Zbadać zależność energii wewnętrznej i ciepła właściwego od temperatury. Przedstawić graficznie niskotemperaturowe konfiguracje.

3. **Dwuwymiarowy gaz Lenarda-Jonesa.**

   Zbadać zależność

   (a) **ciśnienia**
   (b) **ciepła właściwego**

   od temperatury dla kilku wartości gęstości liczby cząstek.

4. **Trójwymiarowy gaz Lenarda-Jonesa.**

   Zbadać zależność

   (a) **radialnej funkcji korelacyjnej**

(b) współczynnika dyfuzji

od temperatury i gęstości liczby cząstek .

5. Dwuwymiarowy gaz sztywnych dysków o średnicy σ.

   Obliczyć radialną funkcję korelacyjną $g(r)$. Przedstawić zależność $g(r=\sigma)$ od współczynnika A/A_0, gdzie A jest powierzchnią układu N dysków, A_0 jest powierzchnią gęstego upakowania N dysków.

6. Próg perkolacji dla sieci kwadratowej.

   Obliczyć metodą Monte Carlo prawdopodobieństwo wystąpienia klastra perkolacyjnego, $P'(c, L)$, dla losowo rozmieszczonych cząstek o koncentracji c na sieci kwadratowej o $L \times L$ węzłach.

   Obliczenia przeprowadzić dla

   $$L = 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ \ldots$$

   Następnie znaleźć punkty stałe $\tilde{c}(L)$ z równania

   $$P'\{c, L\} = c$$

   Obliczyć wartość progu perkolacji c^* za pomocą ekstrapolacji zastosowanej do punktów stałych $\tilde{c} \equiv \tilde{c}(1/L)$, tzn. $c^* = \tilde{c}[0]$

7. Próg perkolacji dla sieci kwadratowej z następnymi sąsiadami.

   Przeprowadzić obliczenia takie same jak w problemie 6 zakładając, że połączenie może być zrealizowane poprzez najbliższych sąsiadów lub następnych sąsiadów.

8. Problem komiwojażera.

   Zastosować metodę wyżarzania komputerowego (simulated annealing) do znalezienia najkrótszej drogi łączącej N losowo wybranych punktów na płaszczyźnie.

9. Rozkład ładunków w kole.

   W kole o promieniu 1 umieszczono N jednakowych ładunków. Znaleźć metodą wyżarzania komputerowego konfigurację o najmniejszej energii. Obliczenia przeprowadzić dla N∈[12,64].

10. **Dwuwymiarowy gaz sieciowy.**

Wyznaczyć zależność czynnika strukturalnego od temperatury dla gazu na sieci kwadratowej. Przyjąć oddziaływanie dwucząstkowe w postaci

$$u(r) = u_0/r^3, \quad \textbf{gdzie} \quad u_0 > 0$$

11. **Trójwymiarowy model Isinga w zespole mikrokanonicznym.**

Zastosować algorytm Creutza do wyznaczenia zależności namagnesowania od temperatury w trójwymiarowym modelu Isinga. Jak zależą wyniki od rozmiaru liniowego układu?

12. **Kwantowy gaz sieciowy. Kondensacja Bosego-Einsteina.**

Przyjmijmy, że węzły sieci (n_1, n_2, n_3) o nie ujemnych współrzędnych reprezentują jednocząstkowe stany trójwymiarowego oscylatora harmonicznego o energiach $E_n = (n_1 + n_2 + n_3)\epsilon$. Cząstkami gazu sieciowego są bozony tzn., że są nierozróżnialne i w jednym węźle sieci może być ich dowolna ilość. Załóżmy, że cząstki przeskakują tylko do najbliższych węzłów zmieniając energię o $\pm\epsilon$ z prawdopodobieństwem

$$P(\pm\epsilon) = \frac{exp(\mp\epsilon/2k_bT)}{2cosh(\epsilon/2k_bT)}$$

gdzie T jest temperaturą, a k_B stałą Boltzmanna.

Wyznaczyć zależność ciepła właściwego i średniej liczby cząstek na najniższym poziomie energetycznym od temperatury dla N=100.

Czesław Oleksy